

# 一种 GTD 模型参数估计的新方法

贺治华, 张旭峰, 黎 湘, 庄钊文

(国防科学技术大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘 要: 本文将能够精确描述高频电磁散射的几何绕射(GTD)模型取代传统的多重信号分类(MUSIC)算法所采用的指数和模型, 并对 MUSIC 算法做了相应改进. 提出利用特征分析方法的信号与噪声子空间正交特性, 使改进后的 MUSIC 算法既能够精确估计目标散射中心位置, 又能估计散射中心类型, 取得了较好的效果. 本文针对各种空间平滑预处理方法对噪声子空间与信号正交特性的影响进行了仿真, 指出空间平滑预处理方法会影响噪声子空间及信号子空间结构, 进而影响散射中心类型的估计, 所以应对散射中心类型的最终结果进行修正.

关键词: 散射中心; GTD 模型; MUSIC 算法; 特征子空间

中图分类号: TN957 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2005) 09-1679-04

## A New Method for Parametric Estimation of GTD Model

HE Zhi hua, ZHANG Xu feng, LI Xiang, ZHUANG Zhao wen

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: The GTD model which can accurately describe high frequency electromagnetic back scattering, is introduced into the MUSIC algorithm as its signal model to replace the traditional signal model of the MUSIC algorithm, and the MUSIC algorithm is improved in some extent. The paper presents that, in the eigen analysis method, we can utilize the orthogonal property between signal and noise subspace. The improved MUSIC algorithm can accurately estimate the type of the scattering centers as well as the position of them, and finally results in good effects. We also simulate the impact of the spatial smoothing preprocessing method on the orthogonal property between signal and noise subspace, and point out that the spatial smoothing preprocessing method can affect the structure of the noise subspace and that of the signal subspace, so the preprocessing method can influence the estimation of the type of the scattering centers, we should modify the final result of the scattering centers' type.

Key words: scattering center; GTD model; MUSIC algorithm; eigen subspace

### 1 引言

在光学区, 扩展目标的高频电磁散射响应可以用一组独立分布的散射体, 或称散射中心的电磁散射响应之和近似表示<sup>[1]</sup>. 目标的散射中心主要产生于目标的边缘、拐点、棱角及尖端等不连续点部位, 代表了目标的精细物理结构. 散射中心的概念不仅对光学区雷达目标的电磁散射提供了贴切而简洁的描述, 而且也在雷达目标识别领域有着重要的应用.

目标散射中心的数学描述主要包括: 几何绕射(GTD)模型、衰减指数(DE)和模型及指数和模型, 其中后两者可以看作 GTD 模型在某种情况下的近似. 相对来说, GTD 模型的描述更加贴近于高频电磁散射的物理机制, 它为散射中心提供了散射强度、类型及位置参数信息, 对其描述更加完备. 高分辨力雷达距离像可用沿雷达径向分布的多个散射中心描述, 其对目标姿态角的变化很敏感, 其散射中心由于遮蔽、位置游移及能量的增减, 使得雷达目标距离像随目标姿态角变化起伏剧烈, 不易提取较为稳定的特征, 这成为雷达距离像识别的一大难题. 散射中心的散射强度及位置随目标姿态角变化较大, 从中较难提取稳定的特征; 而散射中心类型可在一定姿态角变化范围内保持不变, 具有一定的稳定性, 可以作为距离像

识别的稳健特征.

GTD 模型的求解问题就是从目标回波数据中估计各散射中心参数的过程. Lee C Potter 等给出了该模型的近似最大似然算法<sup>[4]</sup>, 张恂也提供了一种求解该模型参数的迭代方法<sup>[2]</sup>. 这两种 GTD 模型的求解方法较为繁杂, 计算复杂性很大. 很多文献给出的散射中心参数估计方法是对 GTD 模型的近似, 采用衰减指数(DE)和即 PRONY 模型、指数和模型. 这些包括 PRONY 方法及矩阵束方法.

本文采用改进的多重信号分类(Multiple Signal Classify, MUSIC)算法来对 GTD 模型参数进行估计, 取得了较好效果. MUSIC 算法是一种基于观测的自相关矩阵特征分解的超分辨方法, 用于相控阵雷达来波方向(DOA)的估计<sup>[3]</sup>及时域信号的超分辨<sup>[6]</sup>, 具有较好的性能.

### 2 GTD 模型

在光学区, 雷达目标电磁散射响应可以等效为一些在径向上分布的散射中心的电磁散射的相干叠加, 目标频率响应可表示为这些散射中心的频率响应之和.

$$E(k) = \sum_{m=1}^M A_m \left( j \frac{k}{k_c} \right)^{\alpha_m} e^{-j2kr_m} \quad (1)$$

式(1)是基于几何绕射理论(GTD)的光学区目标频率响应模型.这里  $k = \frac{2\pi f}{c}$  称为波数,  $k_c$  是归一化参考波数.模型参数集  $\{A_m, r_m, \alpha_m\}_{m=1}^M$  较为完备的描述了  $M$  个散射中心的特性.  $A_m$  是第  $m$  个散射中心的复散射强度系数,  $r_m$  表示第  $m$  个散射中心相对于零相位参考面的距离,  $\alpha_m$  是  $1/2$  的整数倍, 表征了第  $m$  个散射中心的几何类型:  $\alpha = 1$  为平板反射, 两面角;  $\alpha = 1/2$  为单曲面反射;  $\alpha = 0$  为点散射中心, 双曲面反射, 直接边缘反射;  $\alpha = -1/2$  为边缘绕射;  $\alpha = -1$  为角绕射.

### 3 MUSIC 算法

以脉间频率步进雷达为例, 每工作周期雷达发射起始频率为  $f_0$ , 载频步长为  $\Delta f$  的  $N$  个脉冲串. 雷达目标由  $M$  个散射中心组成. 其回波频域采样可由下式表示.

$$r_i = \sum_{k=1}^M s_k \cdot e^{-j2\pi f_i t_k} n_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中  $s_k$  为第  $k$  个散射中心的散射强度,  $t_k$  为第  $k$  个散射中心的回波延迟时间. 若使用 GTD 模型描述目标回波, 则可得到

$$r_i = \sum_{m=1}^M A_m \left[ j \frac{k_1}{k_c} \right]^{\alpha_m} e^{-j2k r_{im}} n_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

用向量形式表述上式如下,

$$\mathbf{r} = \mathbf{S}\mathbf{a} + \mathbf{n} \quad (4)$$

其中  $\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_N]^T$ ,  $\mathbf{a} = [A_1, A_2, \dots, A_M]^T$ ,  $\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_N]^T$ .

$$\mathbf{S} = [s(\alpha_1, r_1), s(\alpha_2, r_2), \dots, s(\alpha_M, r_M)] \quad (5)$$

$$s(\alpha_k, r_k) = \left[ \left[ j \frac{k_1}{k_c} \right]^{\alpha_k} e^{-j2k_1 r_k}, \left[ j \frac{k_2}{k_c} \right]^{\alpha_k} e^{-j2k_2 r_k}, \dots, \left[ j \frac{k_N}{k_c} \right]^{\alpha_k} e^{-j2k_N r_k} \right]^T \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (6)$$

观测数据的自相关矩阵为

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{r}\mathbf{r}^H] = \mathbf{S}\mathbf{A}\mathbf{S}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (7)$$

这里  $\mathbf{A} = E[\mathbf{a}\mathbf{a}^H]$ ,  $\mathbf{I}$  是单位阵. 对  $\mathbf{R}$  进行特征分解的特征值及特征向量:  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$  和  $e_1, e_2, \dots, e_N$ , 它们满足下列性质:  $\mathbf{R}$  的特征值中有  $N - M$  个最小特征值, 其值是  $\sigma^2$ , 这些最小特征值对应的特征向量  $\mathbf{E}_N = [e_{M+1}, \dots, e_N]$ , 构成观测噪声子空间的一组基;  $\mathbf{R}$  的最小特征值所对应的特征向量与  $\mathbf{S}$  中的列即信号模式矢量正交.

根据信号与噪声子空间的正交性, 我们从式(8)所生成的极大值点可以得到信号参数  $r$  和  $\alpha$  的估计.

$$P(r, \alpha) = \frac{s(\alpha, r)^H s(\alpha, r)}{s(\alpha, r)^H E_N E_N^H s(\alpha, r)} \quad (8)$$

观测数据自相关矩阵的估计  $\hat{\mathbf{R}}$  需使用空间平滑预处理(SSP)方法得到. 常用的空间平滑方法包括前向平滑、后向平滑和前向后向平滑等几种. 假定第  $k$  个子向量

$$\mathbf{y}_k = [r_k, r_{k+1}, \dots, r_{k+m-1}]^T \quad (9)$$

其中  $m$  为子向量长度. 其自相关矩阵为

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H \quad (10)$$

其中  $\mathbf{H}$  为向量的复共轭转置. 前向平滑的自相关矩阵估计为

$$\hat{\mathbf{R}}_{yy} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \mathbf{R}_k \quad (11)$$

其中  $T$  为子向量的个数. 后向平滑预处理的自相关矩阵估计为

$$\hat{\mathbf{R}}_{yy} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \mathbf{J} \cdot \mathbf{R}_k^* \cdot \mathbf{J} \quad (12)$$

其中  $*$  为矩阵共轭,  $\mathbf{J}$  为置换矩阵,  $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 0 \end{bmatrix}$ .

前向后向平滑预处理的自相关矩阵估计为

$$\hat{\mathbf{R}}_{yy} = \frac{1}{2T} \sum_{i=1}^T (\mathbf{R}_k + \mathbf{J} \cdot \mathbf{R}_k^* \cdot \mathbf{J}) \quad (13)$$

### 4 参数估计

#### 4.1 信号模型

传统的 MUSIC 算法采用指数和模型来描述目标散射信号, 而指数和信号模型与目标电磁散射的物理机制存在一定差距. 本文采用了基于几何绕射理论(GTD)的信号模型, 使得信号参数估计更加贴近电磁散射的物理机制. GTD 模型引入了散射中心信号的类型信息, 使得估计参数集对目标散射中心的描述更加完备, 为后端的自动目标识别及高频电磁计算应用提供了更加充足的信息. 式(2)至(6)是对其信号模型的具体描述.

MUSIC 算法本质上属于一种特征分析方法, 它对观测数据的自相关矩阵进行特征分解, 所得特征值大于设定的阈值被认为与观测空间中的信号成分相对应, 对应的特征向量构成了观测空间中信号子空间的一组基. 这样特征值的个数即为信号的个数, 也即模型的阶数. 其余的特征值与观测空间的噪声分量相对应, 其对应的特征向量构成了观测空间中的噪声子空间的一组基. 其中信号子空间与噪声子空间相互正交, MUSIC 算法正是利用了观测空间的这两个子空间的正交特性, 用信号模型生成信号模式矢量, 并用它与噪声子空间一组基进行相关求和, 以消弱噪声扰动的影响, 并由其在噪声子空间上投影的大小确定其是否为信号. 信号模式矢量与信号越相似, 则其在噪声子空间上的投影的模值越小, 其倒数越大. 我们正是利用了 MUSIC 算法的这种特性来确定散射中心信号的类型  $\alpha$  及位置参数  $r$ .

假定已得噪声子空间的一组基  $\mathbf{E}_N$ , 信号模式矢量为

$$s(\alpha, r) = \left[ \left[ j \frac{k_1}{k_c} \right]^{\alpha} e^{-j2k_1 r}, \left[ j \frac{k_2}{k_c} \right]^{\alpha} e^{-j2k_2 r}, \dots, \left[ j \frac{k_N}{k_c} \right]^{\alpha} e^{-j2k_N r} \right]^T \quad (14)$$

其在噪声子空间上投影模值的倒数由式(8)确定.

当  $r$  固定时,  $\alpha$  选取不同的类型参数, 引起信号模式矢量的变化. 当  $\alpha$  与位置为  $r$  处的散射中心类型匹配时, 信号模式矢量与观测数据最为符合, 其在噪声子空间上的投影模值的倒数最大, 由此可判断当前散射中心的类型. 滑动  $r$  则可在所设定的整个距离窗内进行搜索. 具体搜索方法见 4.3.

#### 4.2 空间平滑方法的选择

只有完全去除信号间的相关性质, 才能正确使用 MUSIC 算法进行参数估计. 但是空间平滑方法在消除信号间相关性

的同时, 也对观测中的信号形式存在一定的影响. 前向平滑将子自相关矩阵顺序相加得到自相关矩阵的估计, 对类型参数无影响; 由于后向平滑采用置换矩阵处理子矢量的自相关矩阵, 故类型参数与原类型参数符号相反. 前向后向平滑的自相关矩阵估计是前向平滑和后向平滑自相关矩阵估计之和, 类型参数始终为零. 在传统的 MUSIC 算法中, 前向后向空间平滑方法 (MSSP) 对信号的解相关特性最为有效, 但 MSSP 抹去了散射中心类型对信号模式矢量与噪声子空间正交特性的影响, 故不能采用. 后向平滑所生成的噪声子空间具有这样的特性: 若观测信号的散射中心类型为  $\alpha$ , 只有信号模式矢量的散射中心类型取  $-\alpha$  时, 它在噪声子空间上的投影最小. 故若采用后向空间平滑方法, 则应对最终参数估计的散射中心类型加负号. 前向空间平滑方法没有改变所估计散射中心类型参数的符号. 图 1 至 3 表明了各种空间平滑方法生成的噪声子空间与信号模式矢量正交特性. 由于后向空间平滑方法较前向空间平滑方法解相关性能更佳, 故本文采用了后向平滑方法.

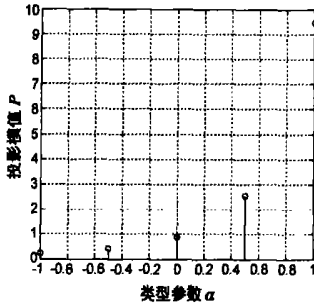


图 1 前向平滑 ( $\alpha=1$ )

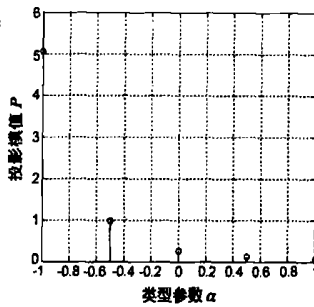


图 2 后向平滑 ( $\alpha=1$ )

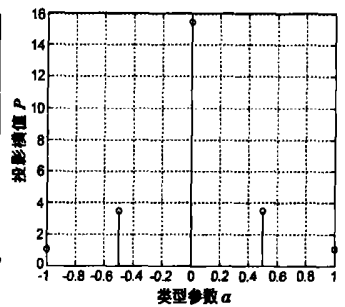


图 3 前向后向平滑 ( $\alpha=1$ )

的雷达频域回波数据来验证算法. 脉间频率步进起始频率为 5G, 工作带宽 2G, 每工作周期采样 200 点. 添加的噪声是均值为 0 的加性白噪声.

仿真目标假定由 5 个不同类型的散射中心组成, 其参数见表 1.

表 1 仿真目标散射中心数据

散射中心参数	1	2	3	4	5
强度 $A$	4.0 + 7.1i	6.0 + 7.5i	5.7 + 5.1i	4.2 + 6.5i	3.2 + 6.9i
类型 $\alpha$	0.5	-1	-0.5	0	1
位置 $r$	0.195	0.323	0.457	0.621	0.924

仿真结果取 100 次 Monte Carlo 独立仿真实验的平均结果. 信噪比定义为

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum_{k=0}^{N-1} |s(k)|^2}{\sum_{k=0}^{N-1} |n(k)|^2} \quad (17)$$

在信噪比为 25 dB 时, 仿真结果均值见表 2.

表 2 信噪比为 25 dB 时仿真结果均值

参数	1	2	3	4	5
强度	3.6687 + 7.1252i	5.9569 + 7.3994i	5.831 + 4.7451i	4.1305 + 6.5096i	2.918 + 6.9128i
类型	0.49	-0.985	-0.48	0	0.985
位置	0.19509	0.32308	0.45693	0.62104	0.92405

### 4.3 搜索方法

仿真结果表明, 散射中心信号的类型  $\alpha$  的估计偏差对散射中心位置  $r$  估计的影响很小, 可以忽略. 所以本文在参数估计时, 采用先确定散射中心位置  $r$  的取值. 散射中心信号的类型  $\alpha$  的选值是 1/2 的整数倍, 且类型个数有限. 对类型参数的离散取值进行搜索, 确定其中的最大值即为所求. 在搜索  $r$  取值时, 采用先粗搜, 得到散射中心的粗略位置. 而后根据此位置进行局部搜索, 得到散射中心的精确位置. 采用此方法可以明显提高搜索的精度, 减少搜索的计算量.

### 4.4 散射强度 $A$ 的估计

我们采用改进的 MUSIC 算法可以得到散射中心的位置及类型的估计  $\hat{r}_k, \hat{\alpha}_k$ , 其散射强度  $A$  可利用已知的  $\hat{r}_k, \hat{\alpha}_k$  采用最小二乘方法进行估计. 系统的观测方程由式 (4) 给出. 这里

$$s(\hat{\alpha}_k, \hat{r}_k) = \left[ \begin{matrix} \left( j \frac{k_1}{k_c} \right)^{\alpha_k} e^{-j2k_1 \hat{r}_k} & \left( j \frac{k_2}{k_c} \right)^{\alpha_k} e^{-j2k_2 \hat{r}_k} & \dots & \left( j \frac{k_N}{k_c} \right)^{\alpha_k} e^{-j2k_N \hat{r}_k} \end{matrix} \right]^T, \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (15)$$

这里  $\alpha_k, \hat{r}_k, k = 1, 2, \dots, M$  是采用 MUSIC 算法得到的散射中心类型及位置估计值. 各散射中心散射强度  $A$  的最小二乘估计为

$$A_{ls} = (S^H S)^{-1} S^H r \quad (16)$$

## 5 仿真结果

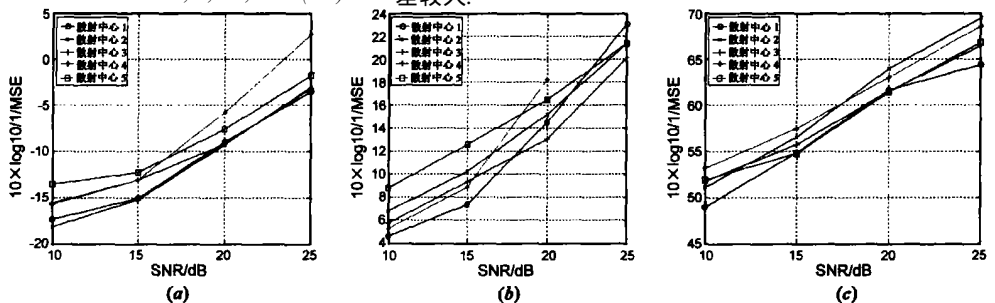


图 2 5 个散射中心估计结果的均方误差 MSE, (a) 为幅度, (b) 为位置, (c) 为类型

本文采用计算机仿真

## 6 结束语

本文改进了传统的 MUSIC 算法, 用 GTD 模型取代了指数和模型. 根据信号与噪声子空间的正交特性, 提出了具有正确散射中心类型的信号模式矢量在噪声子空间上的投影最小, 并以此作为判据, 进行散射中心类型的估计. 仿真结果验证了这样一个推理.

从仿真结果可以看出, 噪声对目标散射中心的类型及散射强度的估计影响较大, 我们可以通过改进空间平滑方法, 使其所张成的噪声子空间对不同散射中心所生成信号模式矢量的正交性扩大, 以减小正确参数估计对观测信噪比依赖. 若进一步采用基于高阶统计量的 MUSIC 算法, 利用高阶统计量对高斯噪声的抑制特性, 减小色噪声对 MUSIC 算法性能的影响, 可将该方法应用于高斯色噪声环境, 扩展适用范围.

### 参考文献:

- [ 1 ] J B Keller. Geometrical theory of diffraction[ M]. J Opt Soc Amer, 1962. 116- 130.
- [ 2 ] 张恂. 雷达目标的高分辨参数建模及其在自动目标识别中的应用[ D]. 长沙: 国防科技大学研究生院, 1997.  
Zhang Xun. High Resolution Parametric Modeling of Radar Targets with Application to Target Recognition[ D]. Changsha: The National Defense University of Technology, 1997. ( Chinese Source)
- [ 3 ] R O Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation [ J]. IEEE Trans, 1986, AP 34( 3): 276- 280.
- [ 4 ] L C Potter, et al. A GTD-based parametric model for radar scattering [ J]. IEEE Trans, 1995, AP 43(10): 1058- 1067.

- [ 5 ] 付耀文. 雷达目标融合识别研究[ D]. 长沙: 国防科技大学研究生院, 2003.  
Fu Yaowen. The Research in Radar Target Fusion Recognition[ D]. Changsha: The National Defense University of Technology, 2003. ( Chinese Source)
- [ 6 ] Hiroyoshi Yamada, et al. Superresolution techniques for time domain measurements with a network analyzer [ J]. IEEE Trans, 1991, AP 39 (2): 177- 183.
- [ 7 ] R L JOHNSON, et al. Comparison of superresolution algorithms for radio direction finding[ J]. IEEE Trans AES, 1986, AES- 22 ( 8): 432 - 441.

### 作者简介:



贺治华 男, 1973 年生于河北沧州, 2002 年在国防科技大学机械工程与自动化学院获得硕士学位, 现正在国防科技大学电子工程学院攻读博士学位, 研究兴趣是信号处理、雷达自动目标识别. E-mail: zhhe1@tom.com.



张旭峰 男, 1976 年生于湖南长沙, 2002 年在国防科技大学电子科学与工程学院获得硕士学位, 现正在国防科技大学电子工程学院攻读博士学位, 研究兴趣是信号处理、雷达自动目标识别. E-mail: apollozxf@sina.com.